III Congreso de Economía Regional de Castilla y León **Segovia 1992, Comunicaciones 2:** 855-863

EL PAPEL DE LOS PRECIOS EN UN MODELO DE PLANIFICACION DE LA LUCHA CONTRA LOS INCENDIOS FORESTALES

María del Carmen LORENZO DIAZ
Becaria de Investigación de F.P.I.

Luciano MENDEZ NAYA
Profesor asociado de Universidad

Rosalía PORTO VILA
Profesora asociada de Universidad

Xosé Luis QUIÑOA LOPEZ
Profesor titular de Universidad

Universidad de Santiago de Compostela

1.- INTRODUCCION

En este trabajo se analiza la existencia de un sistema de precios ficticios que permitiría evaluar la rentabilidad social de una inversión en la lucha contra los incendios forestales. Rebajar la probabilidad de que se produzca un incendio en un punto tiene a veces un coste para el propietario que puede sobrepasar el beneficio deseado. Se demuestra que es posible encontrar un "vector de precios ficticio" que puede permitir al planificador disponer de un instrumento eficaz de cara a la asignación de recursos. Se parte de un modelo básico creado a raíz de un proyecto de investigación: "Aplicación de la Teoría de Juegos a la lucha contra incendios forestales y otros problemas de planificación" y se introducen en el modelo el mencionado sistema de precios.

2.- DESCRIPCION DEL MODELO BASICO

Definimos un punto negro como una masa forestal concentrada en un lugar geográfico y dotado de una cierta homogeneidad, susceptibble de ser afectada por un incendio.

Sean $P_1, \ldots, P_n$ los puntos negros definidos para una determinada región.

Cada punto se puede considerar como un jugador que puede tomar distintas decisiones. Además, la decisión tomada por un punto P_i influye, no sólo en si mismo, sino también en los demás.

Denotaremos por α_{jj} la probabilidad de que se queme una unidad de monte en el punto P_j y por α_{ij} la probabilidad de que un fuego en P_i se transmita a P_j. Interpretaremos α_{jj} como el "consumo" que P_j realiza de si mismo para "producir" una unidad. Asimismo, intrepretaremos α_{ij} como el "consumo" que P_j hace de P_i.

En esta situación, podemos interpretar la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \alpha_{n1} & \dots & \alpha_{nn} \end{bmatrix}$$

como una "matriz input-output" que representa el intercambio entre los puntos.

Supongamos que el planificador desea obtener un rendimiento neto de cada P_i, que puede representar, por ejemplo, el número de unidades no quemadas en P_i. Dadas la matriz A y el vector $\beta = (\beta_i)$ $1 \le i \le n$, el "nivel de actividad" X_i de que debe disponer p_i para "producir" β_i es la componente de orden i del vector $X = (X_i)$, $1 \le i \le n$, que satisface el sistema $(I-A).X = \beta$.

Si β_i representa el número de hectáreas no quemadas deseadas, X_i represntará el número de hectáreas totales que debe poseer el punto P_i para producir β_i. Es obvio que $X_i \ge \beta_i$ para todo $i = 1,\dots,n$. Además, $X_i = \beta_i$ para todo $i = 1,\dots,n$ si, y sólo si, $A = 0$; luego, el vector X solución del sistema nos da una idea del grado de "productividad" de los distintos puntos negros.

Dadas las definiciones de α_{jj} y α_{ij}, parece razonable suponer que para todo $j = 1,\dots,n$; $\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} < 1$, por lo tanto, se tiene que $1 - \alpha_{jj} > \sum_{i \neq j} \alpha_{ij}$. En consecuencia, la matriz I-A es tal que $1 - \alpha_{jj} > \sum_{i \neq j} |\alpha_{ij}|$, es decir, es una matriz diagonal dominante por columnas. Se puede demostrar que una matriz de este tipo es inversible, su inversa es positiva y el sistema $(I-A).X = \beta$ admite una solución única $\bar{X} \geq 0$ para todo $\beta \geq 0$.

Sea $A = (\alpha_{ij})$ la matriz de intercambio definida anteriormente y $\bar{X}$ la solución única del sistema $(I-A).X = \beta$. Definimos el vector $X^* = \bar{X} - \beta$; entonces $X_i^* = \bar{X}_i - \beta_i$ que representa el "excedente" (se puede entender como el coste) que necesita el punto negro P_i para obtener β_i.

El modelo así planteado nos permite un primer acercamiento al problema, si bien éste no puede ser considerado "realista". En efecto, el agente j puede influir en "su" α_{jj} y como consecuencia en los α_{ji} ($j \neq i$) por lo que no solamente obtienen un mejor resultado propio sino que influye positivamente en los resultados de los demás agentes y, por consiguiente, en el resultado general del sistema. Pero cabe preguntarse: ¿a qué precio?; ¿qué beneficios social y privado cabe esperar de la acción del agente j?. Si a parte del posible beneficio privado, existe un beneficio social, ¿qué costes ha de compartir la sociedad con j para que éste pueda producirse?; para un punto determinado, ¿en qué medida se contraponen los interses privados y públicos?.

En una primera aproximación se puede tener la tentación de postular que el monte arde porque no es rentable. Un postulado de este tipo sólo puede sostenerse bajo la consideración de que el monte no tiene utilidad social alguna, supone presuponer al monte como bien privado exclusivamente olvidándose de su consideración como bien público.

Ciertamente, considerando al monte como bien privado, la prevención del incendio puede resultar más cara que el beneficio económico obtenido y en ese sentido para ciertos propietarios el monte puede resultar no rentable. Sin embargo, considerado como bien público y teniendo en cuenta que el hecho de que no arda tiene una cierta utilidad social a definir, corresponde pues a la sociedad intervenir para, sin contradecir necesariamente los intereses privados, optimizar el beneficio social.

Consideremos a continuación cada punto como una empresa ficticia y a la sociedad a través de sus representantes como árbitros de un sistema de precios que garanticen un beneficio mínimo a cada punto, independientemente del beneficio privado que pudiera producirse. El monte, privado o no, tiene una importantísima dimensión de bien público y como consecuencia su cuidado y protección produce una innegable utilidad social. Supondremos que ésta puede ser expresada en términos monetarios, y entonces buscaremos un vector de precios $p = (p_1,...,p_n)$ que garantice un beneficio mínimo, por pequeño que sea a todos los puntos.

3.- AMPLIACION DEL MODELO

Sea $A = (\alpha_{ij})$ la matriz de intercambio entre los puntos negros; I-A la matriz de outputs netos. Para producir un bien β_j (hectáreas que no arden) el agente j necesitaría una cantidad ficticia X_j tanto más grande cuanto más lo sea α_{jj} y también cuanto más lo sean los α_{jk} $(j \neq k)$. Es decir, una reducción al <u>límite</u> en los coeficientes de la fila j llevaría a $\alpha_{jk} = 0$ $(k = 1,..,n)$ y entonces $X_j = \beta_j$ que sería el mejor·

resultado que puede esperarse.

Dada la defincición de la matriz A (y de I-A), es lógico suponer que para un j dado, los α_{ij} ($i \neq j$) son funciones de α_{jj}, $\alpha_{ij} = f_{ij}(\alpha_{jj})$, que decrecen cuando decrece α_{jj}.

Sea T = [0,T] un intervalo de tiempo dado, para $t \in T$ se puede considerra la matriz $A(t) = (\alpha_{ij}(t))$. Entonces, en un instante t se puede suponer que $\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij}(t) < 1$ y entonces (I-A)(t) es diagonal dominante por columnas.

En un instante t sea $A = (\alpha_{ij})$ la matriz de intercambio y p un vector de precios ficticio; si se pretende alcanzar beneficios en cada punto, p debe ser tal que:

$$\text{para todo } j,\ p_j\ (1-\alpha_{jj}) > \sum_{i \neq j} p_i\ \alpha_{ij}$$

Consideremos, entonces, la aplicación lineal $\Phi : R^n \to R^n$ definida por:

$$\Phi(p) = [(\Phi(p))_1, (\Phi(p))_2, \ldots, (\Phi(p))_n] \text{ en donde}$$

$$(\Phi(p))_j = -p_1\alpha_{1j} - p_2\alpha_{2j} - \ldots + p_j(1-\alpha_{jj}) - \ldots - p_n\alpha_{nj}$$

representa el beneficio para el punto j asociado al vector de precios p. La matriz asociada a Φ respecto de la base canónica de R^n es

$$B = (b_{ij}) = \begin{bmatrix} 1-\alpha_{11} & -\alpha_{21} & \dots & -\alpha_{n1} \\ -\alpha_{12} & 1-\alpha_{22} & \dots & -\alpha_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \\ -\alpha_{1n} & -\alpha_{2n} & \dots & 1-\alpha_{nn} \end{bmatrix}$$

Claramente, la matriz B es la traspuesta de (I-A). B es diagonal dominante por filas, es decir:

$$b_{ii} > \sum_{i \neq j} |b_{ij}|$$

y además los elementos de la diagonal son estrictamente positivos y los que no están en la diagonal son negativos. Puede entonces demostrase que B es inversible y su inversa B^{-1} (matriz asociada a Φ^{-1}) es positiva.

Sea $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ un vector estrictamente positivo de R^n que interpretaremos como "vector beneficios" asociado al sistema. Para este vector Z dado, existe un único p vector de precios positivo (por ser positiva la matriz B^{-1}) que tiene a Z como vector de beneficios asociado y p se calcula como:

$$p = [{}^t(I-A)]^{-1}.Z$$

Sea $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ un vector positivo de R^n en dónde cada β_i representa el bien deseado en el punto i.

Sea $C = (c_{ij})$ la matriz definida por $c_{ij} = p_i\, b_{ij}$. La matriz C es por construcción de diagonal dominante, los elementos de la diagonal son estrictamente positivos y los elementos que no están en la diagonal son negativos.

Por consiguiente se puede demostrar que la ecuación $C.X=\beta$ admite una única solución y además ésta es positiva. Esta solución se puede interpretar en el sentido de que cada X_i representa "nivel de actividad" ficticio del agente i para producir el bien β_i dado el vector beneficios Z. Se puede, pues, enunciar el siguiente resultado:

__TEOREMA__: Sea $A=(\alpha_{ij})$ una matriz positiva tal que para todo j $(1 \leq j \leq n)$ $\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} < 1$. Entonces dado un vector Z (vector beneficios) estrictamente positivo y un vector β positivo, existen un vector p(Z) de precios estrictamente positivo y un vector positivo X(Z) tales que:

$$C.X(Z) = \beta.$$

4.- CONCLUSION

Este resultado puede permitir al planificador tener una idea precisa del comportamiento de los agentes dentro del sistema. Dado un vector β (bien social deseable) se puede encontrar un vector de precios que produciría un beneficio (por pequeño que sea) en cada punto y dado éste, se puede hallar un "nivel de actividad" de cada punto. La comparación de éstos es un índice a tener en cuenta cara a la asignación de recursos.

5.- BIBLIOGRAFIA

CHAS, M.L.; ESTEVEZ, J.C.; LORENZO, M.C.; PORTO, R. y QUIÑOA X.L. (1992): "Aspectos Metodológicos de la Planificación de la Lucha contra Incendios Forestales", comunicación presentada al congreso Asepelt-España, Granada, Junio.

McKENZIE, L. (1959): "Matrices with Dominant Diagonals and economic Theory", incluido en Mathematical Methods in the Social Sciences. Standford University Press, California.