

# **CAMBIO TÉCNICO EN EL MODELO INPUT-OUTPUT DE CASTILLA Y LEÓN MEDIANTE EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS DEA**

**Francisco J. PARRA\***

**Angel M. PRIETO\*\***

**José L. ZOFIO\*\*\***

**\*Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa. UNED. Madrid**

**\*\*IRNA. CSIC. Cordel de Merinas, 40-52. 37008 Salamanca.**

**\*\*\*Departamento de Análisis Económico: Teoría Económica e Historia Económica. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid**

## **RESUMEN**

El objeto de la investigación consiste en el análisis de la eficiencia productiva de la economía de Castilla y León mediante la Tabla Input-Output -TIO-. Para ello analizamos el comportamiento productivo de cada rama de actividad con la metodología del Análisis Envoltente de Datos -DEA-. En años recientes se ha utilizado DEA para evaluar el comportamiento de gran variedad de "unidades de decisión" en muchas y diferentes actividades y sectores. El análisis del comportamiento productivo TIO-DEA constituye una novedad al poder evaluarlo en una triple dimensión: técnica (tecnología), productiva (Índice de Productividad de Factor Total, Malmquist) y asignativa (distribución de recursos primarios entre ramas de actividad).

## **1.- INTRODUCCIÓN**

La tabla Input-Output -TIO- representa un equilibrio de la interdependencia general entre las diferentes ramas de actividad de una economía, donde los recursos se aplican para la satisfacción de las necesidades económicas. Centra su atención sobre la circulación de bienes y servicios entre las diferentes ramas. Pero a su vez, constituye una gran base empírica que, como ya manifestara LEONTIEF (1966), contribuye a conciliar los análisis deductivos con el empirismo. Según el Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas -SEC, EUROSTAT (1996)-, "proporciona un marco coherente en el que se representan los flujos de bienes y servicios producidos, intercambiados con el resto del mundo y utilizados por todas las unidades residentes durante un año". Su coherencia se deriva de aplicar la óptica funcional de las Cuentas Nacionales.

Desde la perspectiva analítica la TIO sigue despertando interés para el **estudio del equilibrio general walrasiano o de interdependencia general**. Los análisis se centran en evaluar el peso de las ramas, industrias o sectores (sinónimos), su composición

productiva, la diversificación de la producción o su grado de dependencia interna. Por sus características - generalidad, coherencia, interpretabilidad -, es posible utilizarla como base del comportamiento productivo interno y en el tiempo, haciendo de ella una herramienta adecuada para el análisis del cambio técnico.

Desde la óptica productiva, la matriz de relaciones interindustriales constituye el núcleo central de la TIO, matriz que desde perspectiva del análisis económico se utiliza para calcular los coeficientes técnicos, que sintetizan las relaciones inputs/output o técnicas de producción existentes para cada sector o rama productiva en un momento de tiempo dado. Las técnicas de producción, recogidas en la matriz, cambiarán en el tiempo por diversas razones (cambio tecnológico, economías de escala, nuevos productos, cambio en precios relativos, etc.). La cuestión empírica consiste en medir tanto la velocidad del cambio como las diferencias existentes entre dos estructuras (tablas) debido al mismo. El análisis del comportamiento productivo, de la productividad, es susceptible de muy diversos enfoques y presenta generalmente dificultades metodológicas, centradas principalmente en encontrar coeficientes técnicos en términos reales, que puede desembocar en problemas conceptuales derivados de la doble deflación, y en los problemas inherentes al tipo de función de producción subyacente en la matriz de coeficientes técnicos.

## 2. - LOS DATOS. TIO 1985, 1990 y 1995

La Junta de Castilla y León ha elaborado desde 1985 las TIO quinquenales para la economía regional. Estas tablas han dado lugar a una serie de Contabilidad Regional desde 1987 a 1995. Las TIO de Castilla y León se han realizado siempre siguiendo la metodología del Sistema Europeo de Cuentas de 1970 (SEC-70). Aunque recientemente se ha publicado una nueva versión del SEC (SEC-95), la TIO de Castilla y León de 1995 no pudo abordarlo en su totalidad, de manera que ésta adopta la metodología y presentación establecida por el SEC-70<sup>1</sup>, JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN (1990, 1992, 2000)

La TIO de 1995 consideró como principal aspecto formal del SEC-95 la adaptación de la clasificación de actividad A-60 a una clasificación de la economía regional en 56 Ramas; en un intento de aproximación a la clasificación R-56 de las anteriores tablas. No obstante, al estar la clasificación A-60 referida a la NACE. Rev.1, que en España adopta la NACE-93 y al no existir una correspondencia directa con la CNAE-74, sobre la que se clasificaba la R-56 de las anteriores tablas, se “pierde” en la Tabla de 1995 el referente de la comparación sectorial. También, la TIO-95, a diferencia de la TIO-90 y TIO-85 incluye un vector de transferencias que ajusta la producción

---

<sup>1</sup> En 1978 apareció una segunda versión ligeramente modificada del SEC. Para el análisis de la TIO en el contexto SEC puede consultarse en CARRASCO (1999)

efectiva y que incluye las producciones secundarias y que realiza cada rama a la producción distribuida en productos principales. Además, entre la TIO de 1985 y las de 1990 y 1995 existe otra diferencia metodológica determinada por el tratamiento en tablas del sistema impositivo indirecto vigente en 1985 (el impuesto general sobre el tráfico de empresas) y el vigente a partir de 1986 (el impuesto sobre el valor añadido).

A pesar de que las diferencias entre la clasificación de actividad A-60 a una clasificación de la economía regional en 56 ramas<sup>2</sup>, no son, analizada la estructura económica regional, lo suficientemente importantes como para impedir homogeneizar las sectorializaciones utilizadas en anteriores tablas, hemos utilizado para este estudio preliminar y metodológico las TIO de 1985 y 1990. Las correspondencias con la CNAE-93 y CNAE-74, nos ha llevado a integrarlas en una clasificación a 35 ramas de actividad, y éstas a su vez con la versión de 16 sectores utilizada en el estudio:

### **R16**

1. **Agricultura y pesca.** Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y explotación forestal y actividades de los servicios relacionados.
2. **Productos energéticos.** Explotación de antracita, hulla, lignito, turba, petróleo y gas natural. Coquerías, refino de petróleo y tratamiento de combustibles nucleares. Producción y distribución de energías.
3. **Min. Metal. y metales.** Extracción de minerales metálicos y metalurgia.
4. **Minar. y prod. no met.** Fabricación de otros productos minerales no metálicos.
5. **Productos químicos.** Industria química.
6. **Prod. met., maq., etc.** Fabricación de productos metálicos, excepto maquinaria y equipo. Industria de la construcción de maquinaria y equipo mecánico.
7. **Material de transporte.** Fabricación de vehículos de motor, remolque y semirremolques.
8. **Aliment., beb. y tabaco.** Carnes y conservas. Leche y productos lácteos. Industrias transformadoras de cereales para la alimentación humana. Azúcar. Bebidas y tabacos.
9. **Textil, vest., calzado.** Industria textil, del cuero, fabricación de marroquinería y viaje, guarnicionería, talabartería y zapatería.
10. **Pasta, papel, impresión.** Industria del papel.
11. **Industrias diversas.** Industria de la madera y el corcho. Fabricación de productos de caucho y materia plásticas. Reciclaje, fabricación de muebles y otra industrias manufactureras.
12. **Edif. e ingen. civil.** Construcción.
13. **Rec. Y rep.,com., host.** Venta, mantenimiento y reparación de vehículos de motor, venta al por menor de combustible para vehículos de motor. Hostelería

---

<sup>2</sup> Hay que señalar que entre ambas CNAE's no existe correspondencia biunívoca en algunas de las actividades que clasifican, que van a aparecer distribuidas entre actividades de la otra CNAE, afectando estos problemas principalmente a las actividades de la construcción naval, al reciclaje y a los servicios asociados a producciones agrarias e industriales.

14. **Transporte y comunicaciones.** Transporte y actividades anexas. Actividades de agencias de viajes. Correos y telecomunicaciones.
15. **Crédito y seguros.** Intermediación financiera, excepto seguros y planes de pensiones.
16. **Otros servicios.** Actividades inmobiliarias. Enseñanza. Actividades sanitarias. **Administración pública. Actividades diversas.**

Para elaborar las tablas a precios constantes se ha optado por deflactar las dos tablas agregadas a 35 ramas productivas, siguiendo el procedimiento de doble deflación. El procedimiento específico seguido es:

1. Se deflactan los consumos intermedios originarios de cada rama utilizando el correspondiente índice de precios del producto.
2. Se deflacta la producción de cada rama utilizando el índice de precios del producto principal.
3. Se obtiene el VAB en Ptas. constantes de cada rama, y con el se obtiene el correspondiente deflactor.
4. Se deflactan los componentes del VAB (Remuneración de asalariados y Excedente Bruto) utilizando el deflactor del VAB de la rama.

Al no existir deflactores de producción regionales se han utilizado los deflactores nacionales. A efectos de reducir en lo posible el efecto de la introducción del IVA en el sistema impositivo, dichos deflactores incorporan el efecto IVA pero valoradas sus consecuencias sobre el conjunto de la economía nacional.

### 3.- METODOLOGÍA

#### 3.1.- La función de producción –tecnología- en el modelo Input-Output

El análisis de la TIO desde la óptica productiva genera un sistema de ecuaciones en el que la producción de las  $n = 1, \dots, i, j, \dots, N$  ramas se distribuye entre todas ellas, de forma que en un período temporal  $t$ , la rama  $i$  demandará la cantidad de la rama  $j$   $z_{ji}^t, z_{ji}^t \geq 0$ . Esta situación se ilustra en el cuadro 1 en el supuesto de que existan  $N = 2$  ramas productivas. En él se aprecia cómo las salidas de la rama  $j$  no sólo se circunscriben a los  $z_{ji}^t$  consumos intermedios de las  $n = 1, 2$  ramas productivas –filas–, sino que también han de satisfacer la demanda interna que proviene del consumo de las familias ( $C_j^t$ ), las inversiones de las empresas ( $I_j^t$ ) y el gasto público ( $G_j^t$ ), así como la demanda externa que da origen a las exportaciones ( $E_j$ ). Ambas demandas constituyen en la TIO la demanda final de la rama  $j$ ,  $Y_j^t$ , que, conjuntamente con la suma de los  $z_{ji}^t$  consumos intermedios que satisface, constituyen su producción efectiva,  $X_j^t$  (el total de empleos en la terminología de la Contabilidad Nacional).

**Cuadro 1: Ejemplo de Tabla *Input-Output***

		Ramas Productivas		Demanda Final				Total Empleos
		R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	Y <sub>i</sub>				
Ramas Productivas	R <sub>1</sub>	z <sub>11</sub>	z <sub>12</sub>	C <sub>1</sub>	I <sub>1</sub>	G <sub>1</sub>	E <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>
	R <sub>2</sub>	z <sub>21</sub>	z <sub>22</sub>	C <sub>2</sub>	I <sub>2</sub>	G <sub>2</sub>	E <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>
Pagos	Valor Añadido	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>C</sub>	L <sub>I</sub>	L <sub>G</sub>	L <sub>E</sub>	L'
		N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>C</sub>	N <sub>I</sub>	N <sub>G</sub>	N <sub>E</sub>	N'
		M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>C</sub>	M <sub>I</sub>	M <sub>G</sub>	M <sub>E</sub>	M'
Total Recursos		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	C'	I'	G'	E'	X'

Fuente: MILLER Y BLAIR (1985)

Una vez determinada la producción de la rama  $j$ -ésima de acuerdo a su distribución a otras ramas y la demanda final, es posible completar su función de producción atendiendo a los recursos que ha utilizado para generar tal *output*. En esta situación, la rama  $j$  realiza  $z_{ij}^j$  consumos intermedios de las  $N$  ramas existentes –columnas–, mientras que el valor añadido generado representa la remuneración de asalariados ( $L_j^j$ ) y el excedente bruto de explotación y otros inputs primarios ( $N_j^j$ ). Con relación al valor añadido, la remuneración de asalariados puede considerarse como *proxy* de los servicios prestados por el factor trabajo al proceso productivo, mientras que el excedente de explotación constituye la remuneración al capital (beneficio empresarial). Así, es posible considerar a la totalidad de los  $z_{ij}^j$  consumos intermedios, la remuneración de asalariados,  $L_j^j$ , y los otros inputs primarios,  $N_j^j$ , como los factores productivos que esta rama necesita para generar su producción efectiva  $X_j^j$  a la par que obtiene un beneficio.

Con las consideraciones y terminología indicadas, es posible introducir para una rama  $j$  la siguiente función de producción que relaciona la producción obtenida con los factores empleados:

$$X_j^j = f(z_{1j}^j, \dots, z_{ij}^j, z_{jj}^j, \dots, z_{Nj}^j, L_j^j, N_j^j). \quad (1)$$

Dentro del modelo TIO, la relación funcional existente entre los factores y la producción generada puede ser expresada de forma que se hagan explícitas las cuantías de consumos intermedios, trabajo e importaciones por unidad de *output*. Para ello, se divide (1) por el nivel de producción,  $X_j^j$ , de forma que se obtiene:

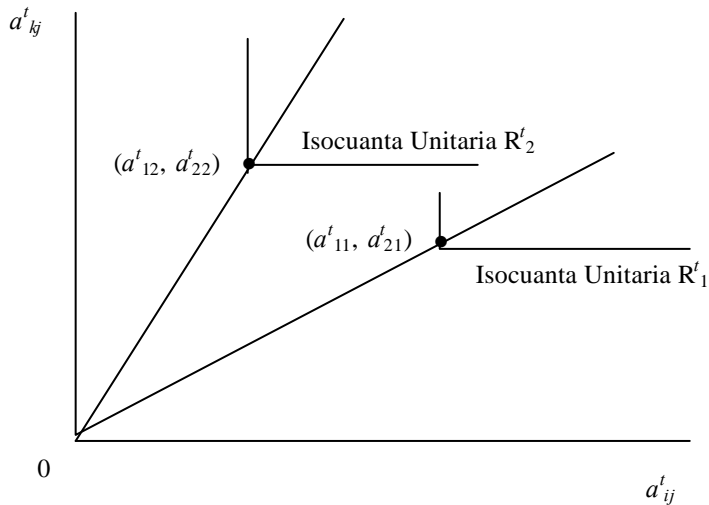
$$1_j^j = f(a_{1j}^j, \dots, a_{ij}^j, a_{jj}^j, \dots, a_{Nj}^j, b_{lj}^j, c_{mj}^j), \quad (2)$$

donde los  $a_{ij}^j = z_{ij}^j/X_j^j$ ,  $i = 1, \dots, N$ , representan los denominados coeficientes técnicos de  $j$  respecto a sus consumos intermedios provenientes de las  $N$  ramas

productivas, mientras  $b_j^t = L_j^t/X_j^t$  y  $c_j^t = N_j^t/X_j^t$  representan los coeficientes técnicos del trabajo y otros inputs primarios.

La relación establecida en (2) se corresponde con la denominada función de producción de Leontief, donde la tecnología queda caracterizada de forma que el *output* obtenido solo puede generarse mediante el empleo de *inputs* en las proporciones observadas de los coeficientes técnicos. Mediante el ejemplo del cuadro 1, es posible representar gráficamente las funciones de producción de las ramas  $R_1^t$  y  $R_2^t$  a través de sus isocuantas unitarias en el espacio de los coeficientes técnicos  $a_{ij}^t$  –excluyendo por simplicidad el factor trabajo y las importaciones–.

**Gráfico 1. Representación de la tecnología a través de la Isocuanta Unitaria**



La función de producción de Leontief inherente a la TIO presenta dos características que son relevantes para nuestro análisis. En primer lugar, presenta rendimientos constantes a escala, *i.e.* la tecnología es homogénea de primer grado, por lo que un incremento proporcional en los consumos intermedios,  $z_{ij}^t$ , incrementa en igual cuantía la producción,  $X_j^t$  (sin que los coeficientes técnicos y la propia isocuanta unitaria se vean alterados). En segundo lugar, la ausencia de sustituibilidad entre los factores productivos tiene como consecuencia que la única posibilidad para generar una unidad de producto, sea utilizar los factores productivos en las proporciones fijas que se derivan de los coeficientes técnicos. Así, en el caso de la producción unitaria de  $R_1^t$ , ésta solo puede

generarse si los consumos intermedios de ambas ramas se combinan en la proporción:

$$P_{12,j}^t = z_{11}^t / z_{21}^t = a_{11}^t / a_{21}^t.$$

En (1) y (2), no se ha considerado el caso particular en que la rama  $j$  no realice ningún consumo proveniente de alguna otra rama,  $z_{ij}^t = 0$ . En este caso, la forma concreta de la función de producción (2) que adopta la siguiente expresión:

$$X_j = \frac{z_{1j}^t}{a_{1j}^t} = \dots = \frac{z_{ij}^t}{a_{ij}^t} = \frac{z_{jj}^t}{a_{jj}^t} = \dots = \frac{z_{Nj}^t}{a_{Nj}^t} = \frac{L_j^t}{b_j^t} = \frac{N_j^t}{c_j^t}, \quad (3)$$

sería inconsistente dado que  $z_{ij}^t / a_{ij}^t = \infty$ . Ante esta situación, la formalización de la función de producción usualmente aceptada en la literatura es, véase MILLER Y BLAIR (1985):

$$X_j = \min \left( \frac{z_{1j}^t}{a_{1j}^t} = \dots = \frac{z_{ij}^t}{a_{ij}^t} = \frac{z_{jj}^t}{a_{jj}^t} = \dots = \frac{z_{Nj}^t}{a_{Nj}^t} = \frac{L_j^t}{b_j^t} = \frac{N_j^t}{c_j^t} \right) \quad (4)$$

Esta representación pone de manifiesto que la tecnología de producción de la  $j$ -ésima rama de actividad puede definirse de forma cualitativa, en función de los consumos intermedios positivos,  $z_{ij}^t > 0$ . Así, se considera que una serie de ramas productivas presentan igual tecnología si utilizan los mismos consumos intermedios; es decir, en términos del modelo TIO, presentan iguales coeficientes técnicos positivos y nulos. Esta condición resulta especialmente relevante en nuestro análisis, donde se establece, en base a la compatibilidad tecnológica de las ramas desde una perspectiva intertemporal, el cambio técnico acontecido en los procesos productivos.

### 3.2.- La evaluación del cambio técnico en el modelo *Input-Output* mediante el Análisis Envoltente de Datos DEA.

En el contexto del modelo *Input-Output*, diversos autores han analizado el efecto que el cambio técnico tiene sobre la productividad de las  $N$  ramas. En este sentido destacan las aportaciones de WOLFF (1985) y FONTELA *et al* (1989), que presentan como objetivo fundamental analizar la evolución de los  $a_{ij}^t$ ,  $t = 1, \dots, T$ , coeficientes técnicos de cada rama a lo largo del tiempo, de forma que se puede evaluar la evolución de los consumos intermedios y cómo se transfieren las variaciones de productividad a través de la economía. En esta línea, CARTER (1990) propone numerosas posibilidades para analizar las consecuencias que las innovaciones productivas, bajo la forma de cambio

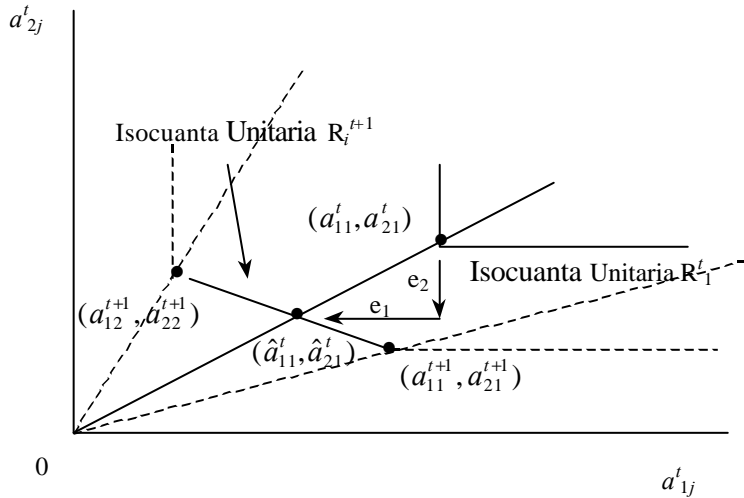
técnico, tienen sobre el conjunto de la economía –incremento en la producción generada, reducción de consumos intermedios, etc.–.

El análisis que aquí se propone se enmarca en esta línea de investigación, pues tiene como objetivo establecer cuál habría sido la tecnología de producción óptima en un período temporal, si se hubiesen encontrado disponibles las tecnologías de producción de períodos sucesivos. En términos de los coeficientes técnicos de la rama  $j$  que definen la función de producción (4) en un período  $t$ , ¿cuál habría sido su valor de haber podido producir en  $t$ , de acuerdo a los niveles de productividad existentes en  $t+1$ ? Es decir, de existir tecnologías de producción comparables en diversos períodos temporales por presentar iguales  $a_{ij}^t > 0$ , ¿sería posible reducir la cuantía de los consumos intermedios en  $t$  de acuerdo a las tecnologías existentes en  $t+1$ ?

Asumiendo la existencia en los períodos  $t$  y  $t+1$  de una tabla *input-output* como la presentada en el cuadro 1, el gráfico 2 permite ilustrar la interrogante planteada. Centrando el análisis en la primera rama, en él se presentan sus coeficientes técnicos en el período  $t$  y los de las tecnologías de producción compatibles de  $R_1$  y  $R_2$  en  $t+1$  –por ser  $a_{ij}^t > 0$ –. Claramente, en la transición de  $t$  a  $t+1$  existe progreso tecnológico, al haberse reducido los consumos intermedios por unidad de producto generado, *i.e.*  $a_{ij}^{t+1} < a_{ij}^t$ . En esta situación, si la rama  $R_1^t$  pudiese producir de acuerdo a las productividades observadas de las tecnologías de ambas ramas en  $t+1$ , habría de seleccionar una combinación de consumos intermedios que, dentro del rango establecido por  $R_1^{t+1}$  y  $R_2^{t+1}$  –representado por los vectores de coeficientes técnicos  $(a_{11}^{t+1}, a_{21}^{t+1})$  y  $(a_{12}^{t+1}, a_{22}^{t+1})$ –, suponga un proceso de producción factible.



**Gráfico 2. Progreso técnico de  $t$  a  $t+1$**



Así, la optimización de la tecnología  $R_1^t$  con objeto de que su productividad sea equiparable a la de las ramas que le sirven de referencia en  $t+1$ , exige la identificación de unos coeficientes técnicos que, situados sobre la isocuanta unitaria en  $t+1$ , permitan a  $R_1^t$  experimentar las ganancias productivas necesarias para alcanzar dicho objetivo. Con el propósito de identificar los coeficientes técnicos que habría de utilizar  $R_1^t$  para alcanzar los niveles de productividad existentes en  $t+1$  es posible recurrir al Análisis Envolvente de Datos, *Data Envelopment Analysis, DEA*; ALL, SEIFORD (1993).

Este enfoque permite calcular las reestructuraciones productivas que, de una forma aditiva, ha de experimentar la rama  $j$  en  $t$  con objeto de que sea tan productiva como las tecnologías existentes en  $t+1$  que le sirven de referencia. Así, la solución de los programas de optimización *DEA*, determina cuál habría de ser la reducción en los coeficientes técnicos observados en  $t$ , identificando la isocuanta unitaria existente en  $t+1$ ; es decir, la proyección de  $R_1^t$  sobre combinaciones lineales de  $R_1^{t+1}$  y  $R_2^{t+1}$  que, por definir la isocuanta unitaria en  $t+1$ , presentan una productividad superior a la de la primera rama en  $t$ .

Con objeto de introducir de una forma intuitiva el programa que permite obtener las cuantías en las que habrían de reducirse los coeficientes técnicos, puede considerarse, en primer lugar, el siguiente programa de optimización<sup>3</sup>:

$$\min - \left( r + \sum_{i=1}^N d_i \right) \quad (5)$$

s.a

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N X_n^{t+1} I_n - r &= X_j^t, \\ - \sum_{n=1}^N z_{in}^{t+1} I_n - d_i &= z_{ij}^t, \quad i=1, \dots, N, \\ s &\geq 0, \\ e_i &\geq 0, \quad i=1, \dots, N, \\ z_n &\geq 0, \quad n=1, \dots, N, \\ z_n &= 0, \quad \forall n \neq j \mid z_{in} \neq z_{ij} = 0 \end{aligned}$$

donde  $r$  y  $d_i$  representan, respectivamente, las cuantías en las que habría de aumentarse la producción y reducirse los consumos intermedios de la rama  $j$  en  $t$  con objeto de que alcanzase los niveles de productividad de las ramas observadas en  $t+1$ . Esta formulación puede expresarse en términos unitarios de output (isocuanta unitaria), expresando (5) en términos de unidad de output; es decir dividiendo por la producción observada  $X_j^t$ . De (5) se obtiene:

$$\min - \left( s + \sum_{i=1}^N e_i \right) \quad (6)$$

s.a

---

<sup>3</sup> Una vez más, y con objeto de simplificar la exposición, se ha decidido excluir de la formulación los servicios prestados por el trabajo,  $L_j^t$ , así como los otros inputs primarios,  $N_j^t$ . Su inclusión, tal como se realiza en el siguiente epígrafe utilizando las TIO de Castilla y León –factor trabajo–, exigiría añadir sus restricciones asociadas:  $-\sum_{n=1}^N L_n^{t+1} \lambda_n - l_i = L_j^t$  y  $-\sum_{n=1}^N N_n^{t+1} I_n - n_i = N_j^t$ , respectivamente.

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^N \lambda_n^{t+1} \mathbf{I}_n - \mathbf{s} = \mathbf{1}_j^t, \\
& - \sum_{n=1}^N a_{in}^{t+1} \mathbf{I}_n - \mathbf{e}_i = a_{ij}^t, \quad i=1, \dots, N, \\
& \lambda_n \geq 0, \quad n=1, \dots, N, \\
& \lambda_n = 0, \quad \forall n \neq j \mid a_{in} \neq a_{ij} = 0 \\
& \mathbf{s} \geq 0, \\
& \mathbf{e}_i \geq 0, \quad i=1, \dots, N.
\end{aligned}$$

La solución de este programa identifica las cuantías en las que han de reducirse los coeficientes técnicos a través de las variables  $e_i$  con objeto de que la rama  $j$  evaluada pueda alcanzar los niveles de productividad observados en las ramas que le sirven de referencia en  $t+1$  –aquellas  $n$  ramas cuyos multiplicadores asociados en las restricciones son positivos,  $\lambda_n > 0$ –. Esta formulación aditiva difiere de los desarrollos tradicionales *DEA* –véase ALI AND SEIFORD (1993)– en que las ramas que no presentan tecnologías comparables por utilizar *inputs* positivos cuando son nulos en la rama  $j$  que se evalúa, no entran a definir el hiperplano (isocuenta unitaria) de referencia –esta condición se recoge en la restricción  $\lambda_n = 0, \forall n \neq j \mid a_{in} \neq a_{ij} = 0$ –. En el ejemplo presentado en el gráfico 2, la solución de (6) para  $\mathbf{R}_1^t$ , muestra como esta primera rama, con objeto de alcanzar la productividad presente en la isocuenta unitaria en  $t+1$ , habría de reducir el coeficiente técnico asociado a la segunda rama en una cuantía igual a  $e_2$ , mientras que con relación a su propio coeficiente, la cuantía a reducir se corresponde con  $e_1$ ; es decir, habría de producir de acuerdo a la tecnología representada por el vector  $(\hat{a}_{11}^t, \hat{a}_{21}^t)$ . Así, *DEA* permite determinar cuál habría sido la tecnología óptima de producción de la primera rama en  $t$ , de haber tenido a su alcance las posibilidades tecnológicas en  $t+1$ , o, de forma equivalente, cuál ha sido la magnitud del cambio técnico acontecido entre  $t$  y  $t+1$  bajo la forma de reducción de coeficientes técnicos por unidad de *output*, *i.e.* las ganancias de productividad.

#### 4.- ANÁLISIS DEL CAMBIO ESTRUCTURAL. TIO 1985 Y 1990

La formulación (6) permite abordar el cambio estructural; es decir, el comportamiento de la economía y las ganancias de productividad en 1985, con una tecnología de producción optimizada, tomando como estructura de referencia la TIO de

1990. El análisis puede efectuarse desde dos perspectivas equivalentes. Desde el análisis individual de los coeficientes técnicos, directos y de inputs primarios, y desde la matriz inversa de Leontief.

En la primera perspectiva, hemos calculado, PULIDO Y FONTELA (1993), el grado de similitud entre coeficientes técnicos mediante la expresión:

$$S^{\overline{1985}-1985} = 1 - 1/2 \left[ \sum_{i=1}^{n+2} \left| a_{ij}^{\overline{1985}} - a_{ij}^{1985} \right| \right]$$

donde  $\overline{a}_{ij}^{1985}$ , representa los coeficientes técnicos de 1985 optimizados (representados en el Gráfico 2 por  $(\hat{a}_{11}^t, \hat{a}_{21}^t)$ ), respecto a la estructura productiva de 1990 y  $a_{ij}^{1985}$  los observados; y  $n+2 = 18$ , al considerar 16 ramas de actividad y dos coeficientes de inputs primarios (remuneración de asalariados ( $L_j^t$ ) y excedente de explotación ( $N_j^t$ )). Si las diferencias entre coeficientes son nulas,  $S^{\overline{1985}-1985} = 1$ , máxima similitud. Los sectores se clasifican como alto o bajo respecto a la media. Como puede observarse en el cuadro 2, el sector 14 Transporte y comunicaciones y el sector 9 Textil vestido y calzado presentan la mayor y menor similitud, respectivamente, entre los coeficientes técnicos observados y optimizados de 1985.

Una segunda medida del cambio estructural basada en coeficientes de inputs, consiste en calcular el cambio medio mediante la expresión:

$$CM = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{a_{ij}^{\overline{1985}} - a_{ij}^{1985}}{n^2}$$

El valor de  $CM = -0.00051$  indica sólo una ligera sustitución de inputs directos por inputs primarios. Tanto el test no paramétrico de Fisher ( $h^* = -0.5$ ), como el de Wilcoxon ( $w^* = -0.0054$ ), confirman, con un nivel de confianza del 95%, la ausencia de cambio estructural significativo.

**Cuadro 2 . Cambio estructural. Medidas de similitud sectorial (t=1985).  
Precios de 1986**

$\overline{S}^{1985-1985}$			
	Sectores	%	Cualidad
1	Agricultura y pesca	96,66	Alta
2	Productos energéticos	97,11	Alta
3	Min. metál. y metales	93,29	Baja
4	Miner. y prod. no met.	96,74	Alta
5	Productos químicos	96,02	Alta
6	Prod. met., maq., etc.	96,92	Alta
7	Material de transporte	90,44	Baja
8	Aliment., beb. y tabaco	89,94	Baja
9	Textil, vest., calzado	97,18	Alta
10	Pasta, papel, impresión	92,42	Baja
11	Industrias diversas	95,67	Alta
12	Edif. e ingen. Civil.	91,08	Baja
13	Rec. y rep.,com., host.	96,79	Alta
14	Transporte y comunicac.	86,92	Baja
15	Crédito y Seguros	96,82	Alta
16	Otros servicios	94,00	Baja
	Medida global	94,25	

Cualidad respecto a la global

Fuente: Elaboración Propia. Junta de Castilla y León. TIO 1985, 1990

La medida del cambio estructural mediante la matriz inversa de Leontief, permite calcular la ganancias de productividad, en términos absolutos y relativos, como diferencia entre outputs e inputs. El análisis consiste en determinar el vector de outputs de 1985, optimizada la estructura productiva de 1985 respecto a la de 1990, para la demanda final de 1985.

Si  $\overline{B}^{1985}$  es la matriz inversa de Leontief de coeficientes optimizados  $\overline{a}_j^{1985}$ , el vector de output,  $\overline{X}^{1985}$ , se obtiene según el sistema:

$$\overline{X}^{1985} = \overline{B}^{1985} \overline{Y}^{1985}, \quad (7)$$

donde  $\overline{Y}^{1985}$  es la demanda final.

Este vector de output puede descomponerse en la participación de inputs intermedios  $Z'_j$ , input de trabajo  $L'_j$  y excedente de explotación  $N'_j$ .

El cuadro 3 presenta las ganancias de productividad en términos absolutos y relativos, obtenidas como diferencia entre Outputs e Inputs optimizados. Nueve ramas han experimentado ganancias de productividad, destacando la rama 7 Material de transporte, la rama 5 Productos químicos y la rama 14 Transporte y comunicaciones. Dos ramas apenas han experimentado ganancias de productividad, 16 y 13. Con pérdidas de productividad destacan las ramas 12 y 11. La economía de 1985 hubiera experimentado una ganancia de productividad de 1,17 % si hubiera operado con una estructura productiva optimizada respecto a la de 1990.

**Cuadro 3. Ganancias de productividad. Diferencia entre Outputs e Inputs (t=1985). Millones de Ptas. Precios de 1986**

	X 1985	$Z'_j$	$L'_j$	$N'_j$	Ganancias de productividad		
					Diferencia %		
1	Agricultura y pesca	510071	240742	20057	232908	16364	3,208
2	Productos energéticos	301220	141111	70536	101403	-11830	-3,927
3	Min. metál. y metales	58963	34531	9063	14043	1326	2,249
4	Miner. y prod. no met.	88082	44177	19420	28035	-3550	-4,031
5	Productos químicos	112759	49802	19335	35692	7930	7,032
6	Prod. met., maq., etc.	145437	71675	35782	34893	3087	2,122
7	Material de transporte	275870	151920	33587	52874	37489	13,589
8	Aliment., beb. y tabaco	390306	277369	45756	51226	15954	4,088
9	Textil, vest., calzado	48101	22281	12180	15880	-2240	-4,656
10	Pasta, papel, impresión	41987	22446	10897	7670	974	2,320
11	Industrias diversas	96137	55867	22191	25635	-7556	-7,860
12	Edif. e ingen. Civil.	241940	160859	75965	35869	-30753	-12,711
13	Rec. y rep.,com., host.	489211	144406	99918	244881	7	0,001
14	Transporte y comunicac.	136828	54518	44337	29344	8628	6,306
15	Crédito y Seguros	135822	28748	39661	60514	6900	5,080
16	Otros servicios	617950	143631	267974	205907	439	0,071
	Total	3690683	1644083	826659	1176774	43168	1,170

$Z'_j$ . Consumos Intermedios.  $L'_j$ . Trabajo.  $N'_j$ . Excedente de explotación

Fuente: Elaboración Propia. Junta de Castilla y León. TIO 1985, 1990

BIBLIOGRAFÍA

- ALÍ, A., SEIFORD, L. The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis” en Fried, H., C.A.K. Lovell y S. Schmidt (eds.): The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications. Oxford University Press. Oxford, New York. 1993.
- CARRASCO CANALS, F. Fundamentos del Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales (SEC 1995). Pirámide. Madrid. 1999, 342.
- CARTER, A. P. Upstream and Downstream Benefits of Innovation. Economic System Research, 2 (3). 1990, pp. 241–257.
- EUROSTAT. Sistema Europeo de Cuentas. SEC-1995. Oficina de Publicaciones Oficiales de las Comunidades Europeas. Luxemburgo. 1996.
- FONTELA, E., LOCASCIO, M., PULIDO A. Productivity Surplus Distribution: Spanish and Italian Results, paper presented at the ninth International Conference on Input–Output Techniques, Keszthely. 1989.
- JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN. Tablas input-output y contabilidad regional de Castilla y León 1985. Junta de Castilla y León. Valladolid. 1990.
- JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN. Tablas input-output de 1990 y contabilidades regionales de de los años 1988, 1989 y 1990 de Castilla y León. Junta de Castilla y León. Valladolid. 1992.
- JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN. Tablas input-output de 1995 y contabilidades regionales de de los años 1991 a 1995 de Castilla y León. Junta de Castilla y León. Valladolid. 2000.
- LEONTIEF, W. Input-Output Economics, Oxford University Press, New York. 1966.
- MILLER, E.R. AND BLAIR, D.P. Input-Output Analysis: Foundations and Extensions. Prentice-Hall, Inc. London. 1985.
- PULIDO, A., FONTELA, E.. Análisis Input–Output. Modelos, Datos y Aplicaciones. Pirámide, Madrid. 1993.
- WOLFF. E. N. Interindustrial Composition, Interindustry Effects and the U.S. Productivity Growth. Review of Economics and Statistics, 67 (2). 1985.