ANÁLISIS DE LA DESIGUALDAD DE LA RENTA EN CASTILLA Y LEÓN, A PARTIR DE LOS DATOS DE LA E.P.F. Y DIFERENTES ESTIMACIONES DE LA CURVA DE LORENZ.

HERRERIAS PLEGUEZUELO Rafael
GARCÍA FERNÁNDEZ Rosa María
Departamento de Economía Aplicada.
Universidad de Granada.

1.- INTRODUCCIÓN

Desde que Max Otto Lorenz introdujera en 1905 un método gráfico para representar y analizar el tamaño de distribución de la renta se han propuesto diversos métodos de estimación de la curva de Lorenz.

En este trabajo se estiman aquellas formas funcionales de curva de Lorenz que pueden obtenerse utilizando funciones generadoras de curvas de Lorenz y que cumplen las condiciones de contorno .

Tras estimar diferentes especificaciones de curvas de Lorenz propuestas por distintos autores, se ha realizado una discriminación entre éstas , para finalmente elegir aquella que mejor se ajuste a un determinado conjunto de datos. Este procedimiento se ha realizado en primer lugar para Castilla-León, y en segundo lugar para cada una de sus provincias.

2.- DIVERSAS FORMAS FUNCIONALES DE LA CURVA DE LORENZ

Kakwani y Podder (1973) determinaron la curva de Lorenz a partir de una serie de propiedades. Estas propiedades hacen posible obtener una gama coherente de formas funcionales de curvas de Lorenz a partir de una distribución de frecuencias observadas. Se dice que y=L(p) representa una curva de Lorenz si cumple las siguientes propiedades o condiciones de contorno:

a) $L(0) = 0$
b) $L(1) = 1$
c) $L'(p) \geq 0$, para $0 < p < 1$
d) $L''(p) \geq 0$, para $0<p < 1$
e) $L(p) \leq p$, para $0 < p <1$

Gupta (1984) generaliza este resultado añadiendo otra propiedad:

f) $0 \leq \int_0^1 L(p)\, dp \leq 1/2$

A continuación se exponen distintas especificaciones de la curva de Lorenz que cumplen estas condiciones:

Kakwani y Podder (1973) proponen como forma funcional de la curva de Lorenz la forma exponencial

$$L(p) = pe^{-g(1-p)}, g > 0 \qquad (1)$$

que satisface todas las propiedades citadas anteriormente.Estos autores consideraron también la forma más general

$$L(p) = p^b e^{-g(1-p)} \qquad (2)$$

que satisface todas las propiedades.

Rasche, Gaffney, Koo y Obst(1980) sugirieron la siguiente forma funcional:

$$L(p) = \left[1 - (1 - p)^a\right]^{\frac{1}{b}} \qquad 0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1 \qquad (3)$$

Esta forma no es lineal en sus parámetros, por lo que no podrá utilizarse el método de los mínimos cuadrados ordinarios para estimar los parámetros.

Gupta (1984) propuso la forma potencial como forma funcional de la curva de Lorenz:

$$L(p) = pA^{p-1} \qquad \text{con } A>0 \qquad (4)$$

Casas, Herrerias y Núñez (1990) probaron que cualquier combinación lineal convexa de las formas exponencial y potencial satisfacen también las propiedades establecidas. Esto da cabida a una doble infinidad de formas funcionales para estimar la curva de Lorenz.

Basmann, Hayes, Slottje y Johnson (1990) definen la curva de Lorenz como sigue:

Sea L(p) una función real valuada, no negativa y que posee derivadas hasta de segundo orden para cualquier punto del dominio $0 \leq p \leq 1$.

Consideran una hipótesis general de la curva de Lorenz para caracterizar desigualdades :

$$\text{Ho} \ : \quad L(p) = p^{ap+b} e^{-g(1-p^2)-h(1-p)} \tag{5}$$

a, b, g y h son parámetros a estimar. Si se analiza esta forma general paramétrica se observa que sólo cumple las propiedades mencionadas para determinados valores de los parámetros, concretamente se cumpliran las propiedades de contorno si:

$$p^2 (a \log p + (a + 2gh) p + b)^2 + (ap - 2gp) - b \geq 0 \tag{6}$$

Partiendo de la especificación general se pueden hacer distintas hipótesis nulas:

H_0^1: g=0 $\rightarrow$ $L(p) = p^{ap+b} e^{-h(1-p)}$
H_0^2: g=-h $\rightarrow$ $L(p) = p^{ap+b} e^{-gp(1-p)}$
H_0^3: g=0, h=0 $\rightarrow$ $L(p) = p^{ap+b}$
H_0^4: g=0,a=0 $\rightarrow$ $L(p) = p^b e^{-h(1-p)}$
H_0^5: a=0,b=1,g=0 $\rightarrow$ $L(p) = pe^{-h(1-p)}$

Como puede observarse las dos últimas especificaciones coinciden con las propuestas por Kakwani y Podder (1973).

Casas y Nuñez (1991) proponen una nueva familia generadora de funciones que pueden utilizarse para estimar curvas de Lorenz :

$$L(p) = p^b \qquad b \geq 1 \tag{7}$$

Ortega, Martín, Fernández, Ladoux y García (1991) establecieron la siguiente forma funcional

$$L(p) = p^a \left[1 - (1 - p)^b\right] \qquad a \geq 0 \quad 0 < b \leq 1 \tag{8}$$

Chotikapanich, D. (1993) propuso una forma funcional alternativa para estimar la curva de Lorenz. La estimación del parámetro (k) ha de hacerse por mínimos cuadrados no lineales.

$$L(p) = \frac{e^{kp} - 1}{e^k - 1} \qquad k>0 \tag{9}$$

Lafuente L. M. (1995) estableció como forma funcional de la curva de Lorenz la expresión

$$L(p) = p^b e^{p^2-1} \qquad 0 \leq p \leq 1,\ b \geq 1 \qquad (10)$$

Un estudio posterior de (Callejón C.J. (1995)) muestra que todas estas formas funcionales mencionadas anteriormente pueden obtenerse a partir de funciones generadoras de curvas de Lorenz.

3.- FUNCIONES GENERADORAS DE CURVAS DE LORENZ.

Si f(x) es la función de densidad de una variable aleatoria y [a,b] es su dominio de definición, entonces la función generadora, vendrá dada por:

$$g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{d \ln f(x)}{dx} \qquad (11)$$

para aquellos puntos en los que $f'(x)$ existe y $f(x)$ no es cero.

Se demuestra (Lafuente L. M. (1994)) que todas las formas funcionales propuestas anteriormente para estimar la curva de Lorenz pueden obtenerse como solución de la ecuación diferencial:

$$g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \qquad (12)$$

que coincide con la definición de función generadora.

Callejón C. J. (1995) demuestra que si la modelización L(p), de una curva de Lorenz verifica la ecuación diferencial anterior ha de ser de la forma:

$$L(p) = Ce^{\int^p g(p)dp} \qquad (13)$$

Se estudian las condiciones necesarias y suficientes que ha de cumplir la función (g) para que la solución obtenida verifique las condiciones de contorno especificadas por Kakwani, Podder y Gupta.

De esta forma, si se llama $G(x) = \int^p g(p)dp$ (14)

para que $f(p) = e^{G(p)-G(1)}$ sea una curva de Lorenz es condición necesaria y suficiente que se verifiquen las relaciones:

1) $\lim_{p \to \infty} G(p) = -\infty$

2) g(p)>0 $\forall$ p $\in$ [0,1]

3) $(g(p))^2 + g'(p) \geq 0$ $\forall$ p $\in$ [0,1]

4.- DIFERENTES ESTIMACIONES DE LA CURVA DE LORENZ

Las variables más utilizadas para analizar la posición económica de los individuos son la renta, el gasto y la riqueza. En este trabajo se ha utilizado la renta disponible per capita, ya que este concepto es el que está más relacionado a los usos que las familias puedan hacer de los ingresos.

Como se pone de manifiesto en el trabajo de Pena (1996a) existe una subestimación , de alrededor del 40%, de la renta disponible deducida de la EBPF si se compara con el dato que aparece en Contabilidad Nacional ya que los hogares responden incorrectamente.

Debido a esta subestimación en los datos, la estimación se la curva de Lorenz se ha realizado en primer lugar utilizando la renta per capita que se deduce de la EBPF y en segundo lugar utilizando la renta per capita corregida según una tasa de ocultación progresiva (Pena 1996b).

Para calcular la curva de Lorenz se ha dividido la muestra en 25 intervalos con igual número de individuos y posteriormente se ha calculado la función de distribución empírica (Tabla A.1). Partiendo de estos resultados, se han estimado las curvas de Lorenz, para Castilla y León, que permiten utilizar el método de los mínimos cuadrados ordinarios.

Los resultados obtenidos utilizando los datos sin corregir son los siguientes:

C.L. Kakwani y Podder:

$$q_t = p_t e^{- \ (1-p_t)} > 0; \hat{q}_t = p_t e^{-1.79(1-p_t)}$$

Si ajustamos a los datos la segunda forma funcional propuesta por Kakwani se obtiene:

$$q_t = p \quad e^{- \quad (1-p)}; \quad > 0, \quad > 0; \hat{q}_t = p_t^{1.58} e^{-0.09(1-p_t)}$$

C.L. Gupta:

$$q_t = p_t A^{p-1}; A > 1; \hat{q}_t = p_t (5.95)^{p_t - 1}$$

C.L.Casas y Nuñez:

$$q_t = p^b; b \geq 1; \hat{q}_t = p_t^{1.55}$$

C.L. Lafuente:

$$q_t = p_t^b e^{p_t^2 - 1}; b \geq 1; \hat{q}_t = p_t^{1.28} e^{p_t^2 - 1}$$

C.L. Basmann:

$$q_t = p_t^{ap_t + b} e^{-g(1-p_t^2) - h(1-p_t)}$$

Para que se cumplan las condiciones de contorno debe cumplirse la siguiente desigualdad:

$$p_t^2 (a \log p_t + (a + 2gh)\ p_t + b)^2 + (ap_t - 2gp_t^2) - b \geq 0$$

Se ha comprobado que esta desigualdad no se cumple, por lo que los valores estimados no constituyen una curva de Lorenz.

Si se utilizan datos corregidos según una tasa de ocultación progresiva se obtiene:

C.L. Kakwani y Podder:

$$q_t = p_t e^{-\ (1-p_t)}; \quad > 0; \hat{q}_t = p_t e^{-1.83(1-p_t)}$$

Si ajustamos a los datos la segunda forma funcional propuesta por Kakwani se obtiene:

$$q_t = p \ e^{-\ (1-p)}; \quad > 0, \quad > 0; \hat{q}_t = p_t^{1.48} e^{-0.33(1-p_t)}$$

C.L. Gupta:

$$q_t = p_t A^{p-1}; A > 1; \hat{q}_t = p_t (6.22)^{p_t - 1}$$

C.L.Casas y Nuñez:

$$q_t = p_t^{b}; b \geq 1; \hat{q}_t = p_t^{1.57}$$

C.L. Lafuente:

$$q_t = p_t^{b} e^{p_t^{2}-1}; b \geq 1; \hat{q}_t = p_t^{1.57} e^{p_t^{2}-1}$$

Al igual que ocurria anteriormente la curva propuesta por Basmann no cumple las condiciones de contorno.

5.- ESTIMACIONES DE LA CURVA DE LORENZ A NIVEL PROVINCIAL.

En este apartado se han estimado las curvas de Lorenz propuestas por Kakwani y Podder, Lafuente y Casas-Nuñez a nivel provincial. También se ha estimado la curva de Lorenz propuesta por Basmann, no cumpliéndose las condiciones de contorno en ninguna de las provincias, por lo que se ha omitido .

Los resultados obtenidos si se utiliza la renta disponible per capita sin corregir para las distintas provincias son los siguientes :

-Avila:

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.97(1-p_t)} \quad \text{C.L.Casas–Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.68}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{1.88} e^{0.671(1-p_t)} \quad \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.36} e^{p_t^2-1}$$

-Burgos:

$$\text{C.L.Kakwani(1)} : \hat{q}_t = p_t e^{-1.32(1-p_t)} ; \text{C.L.Casas–Nuñez} : \hat{q}_t = p_t^{1.49}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)} : \hat{q}_t = p_t^{1.23} e^{-0.76(1-p_t)} ; \text{C.L.Lafuente} : \hat{q}_t = p_t^{1.09} e^{p_t^2-1}$$

-León:

$$\text{C.L.Kakwani(1)} : \hat{q}_t = p_t e^{-1.59(1-p_t)} ; \text{C.L.Casas–Nuñez} : \hat{q}_t = p_t^{1.59}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)} : \hat{q}_t = p_t^{1.52} e^{-0.23(1-p_t)} ; \text{C.L.Lafuente} : \hat{q}_t = p_t^{1.22} e^{p_t^2-1}$$

Palencia:

$$\text{C.L.Kakwani(1)} : \hat{q}_t = p_t e^{-1.60(1-p_t)} ; \text{C.L.Casas–Nuñez} : \hat{q}_t = p_t^{1.51}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)} : \hat{q}_t = p_t^{0.05} e^{-1.50(1-p_t)} ; \text{C.L.Lafuente} : \hat{q}_t = p_t^{1.22} e^{p_t^2-1}$$

-Salamanca:

$$\text{C.L.Kakwani(1)} : \hat{q}_t = p_t e^{-1.53(1-p_t)} ; \text{C.L.Casas–Nuñez} : \hat{q}_t = p_t^{1.56}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)} : \hat{q}_t = p_t^{1.26} e^{-0.88(1-p_t)} ; \text{C.L.Lafuente} : \hat{q}_t = p_t^{1.18} e^{p_t^2-1}$$

-Segovia:

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.73(1-p_t)}; \text{C.L.Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.55}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{1.10} e^{-0.10(1-p_t)}; \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.26} e^{p_t^2-1}$$

-Soria:

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.35(1-p_t)}; \text{C.L.Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.48}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{0.66} e^{-1.26(1-p_t)}; \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.11} e^{p_t^2-1}$$

-Valladolid:

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.91(1-p_t)}; \text{C.L.Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.61}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{1.58} e^{-0.1(1-p_t)}; \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.31} e^{p_t^2-1}$$

-**Zamora**

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.57(1-p_t)}; \text{C.L.Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.11}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{1.43} e^{-0.39(1-p_t)}; \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.20} e^{p_t^2-1}$$

Si se utiliza la renta disponible per capita corregida según una tasa de ocultación progresiva, los resultados que se obtienen son:

-Avila:

$$\text{C.L.Kakwani(1)}: \hat{q}_t = p_t e^{-1.94(1-p_t)}; \text{C.L.Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.67}$$

$$\text{C.L.Kakwani(2)}: \hat{q}_t = p_t^{1.77} e^{0.32(1-p_t)}; \text{C.L.Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.35} e^{p_t^2-1}$$

-Burgos:

$$C.L.Kakwani(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.39(1-p_t)} ; C.L.Casas-Nuñez: \hat{q}_t = p_t^{1.55}$$

$$C.L.Kakwani(2): \hat{q}_t = p_t^{1.17} e^{-1.004(1-p_t)} ; C.L.Lafuente: \hat{q}_t = p_t^{1.10} e^{p_t^2-1}$$

-León:

$$C.L.Kakwani(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.28(1-p_t)} ; C.L.Casas-Nuñez: \hat{q}_t = p_t^{1.90}$$

$$C.L.Kakwani(2): \hat{q}_t = p_t^{0.20} e^{-2.39(1-p_t)} ; C.L.Lafuente: \hat{q}_t = p_t^{0.82} e^{p_t^2-1}$$

-Palencia:

$$C.L.Kakwani(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.69(1-p_t)} ; C.L.Casas-Nuñez: \hat{q}_t = p_t^{1.55}$$

$$C.L.Kakwani(2): \hat{q}_t = p_t^{1.51} e^{-2.39(1-p_t)} ; C.L.Lafuente: \hat{q}_t = p_t^{1.25} e^{p_t^2-1}$$

-Salamanca:

$$C.L.Kakwani(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.60(1-p_t)} ; C.L.Casas-Nuñez: \hat{q}_t = p_t^{1.60}$$

$$C.L.Kakwani(2): \hat{q}_t = p_t^{1.19} e^{-1.13(1-p_t)} ; C.L.Lafuente: \hat{q}_t = p_t^{1.18} e^{p_t^2-1}$$

-Segovia:

$$C.L.Kakwani(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.88(1-p_t)} ; C.L.Casas-Nuñez: \hat{q}_t = p_t^{1.60}$$

$$C.L.Kakwani(2): \hat{q}_t = p_t^{1.60} e^{-0.002(1-p_t)} ; C.L.Lafuente: \hat{q}_t = p_t^{1.31} e^{p_t^2-1}$$

-Soria:

$$C.L.\text{Kakwani}(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.41(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.52}$$

$$C.L.\text{Kakwani}(2): \hat{q}_t = p_t^{1.17} e^{-0.99(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.11} e^{p_t^2-1}$$

-Valladolid

$$C.L.\text{Kakwani}(1): \hat{q}_t = p_t e^{-2.04(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.66}$$

$$C.L.\text{Kakwani}(2): \hat{q}_t = p_t^{1.60} e^{-0.23(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.36} e^{p_t^2-1}$$

-**Zamora**

$$C.L.\text{Kakwani}(1): \hat{q}_t = p_t e^{-1.57(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Casas-Nuñez}: \hat{q}_t = p_t^{1.66}$$

$$C.L.\text{Kakwani}(2): \hat{q}_t = p_t^{1.36} e^{-0.66(1-p_t)}; \quad C.L.\text{Lafuente}: \hat{q}_t = p_t^{1.19} e^{p_t^2-1}$$

6.- DISCRIMINACIÓN ENTRE LAS DISTINTAS CURVAS DE LORENZ

En este apartado se pretende seleccionar aquellas curvas de Lorenz propuestas por los diversos autores que más se aproximan a la curva de Lorenz empírica.

Como criterio de discriminación se ha utilizado, en primer lugar, el cumplimiento de las mencionadas condiciones de contorno.

Según los resultados obtenidos se concluye que son las curvas propuestas por Kakwani y Podder (primera y segunda especificación), Gupta, Casas-Nuñez y Lafuente las únicas que cumplen las condiciones de contorno.

Con respecto a la especificación propuesta por Gupta, al linealizar la expresión para poder obtener las estimaciones por mínimos cuadrados Ordinarios puede observarse que coincide con la primera forma funcional propuesta por Kakwani, por lo que esta curva de Lorenz estimada se omitirá .

En segundo lugar, se han calculado la suma de los errores al cuadrado(SCE), asi como la suma de los errores absolutos(SAE) (Tabla A.2 y siguientes). En función de estos resultados, si se utiliza la renta per capita sin corregir se tiene que la primera especificación propuesta por Kakwani y Podder es la que mejor ajuste proporciona, a excepción de las provincias de Ávila, Segovia y Soria. En el caso de Ávila es la curva de Lorenz propuesta por Casas y Nuñez la que mejor ajuste proporciona. Tanto para Segovia como para Soria la curva de Lorenz que más se aproxima a la empírica es la propuesta por Lafuente (Gráficos B1-B10).

Si se utiliza la renta dispoble per capita corregida, es la curva de Lorenz propuesta por Kakwani-Podder, en su primera especificación, la que más se aproxima la curva de Lorenz empírica a expeción de las provincias de León, Salamanca y Soria. En estas tres provincias, es la curva de Lorenz propuesta por Lafuente la que mejor ajuste proporciona (Gráfico B11-B20).

Se han calculado los Indices de Gini[1], tanto para Castilla y León como para cada una de sus provincias (Tabla A.6), debiéndose destacar que la desigualdad aumenta cuando se utilizan los datos corregidos.

7.- CONCLUSIONES

En primer lugar, se concluye que si se utiliza la renta disponible per capita sin corregir es la primera especificación funcional de curva de Lorenz propuesta por Kakwani-Podder la que más se aproxima a la curva de Lorenz empírica , excepto para Ávila (curva propuesta por Casas y Nuñez) Segovia y Soria (curva propuesta por Lafuente). Para la renta disponible per capita corregida, la curva propuesta por Kakwani y Podder es la que mejor ajuste proporciona, a excepción de las provincias de León, Salamanca y Soria (curva propuesta por Lafuente).

En segundo lugar, se comprueba que el índice de Gini correspondiente a los datos corregidos es mayor que el correspondiente a los datos sin corregir. Este resultado nos indica que como consecuencia de la subestimación de la renta disponible se infravalorar la concentración de la misma.

En tercer lugar se pone de manifiesto la existencia de desigualdes internas en Castilla y Léon con respecto a la concentración de la renta, siendo Salamanca la provincia con mayor concentración de los ingresos . En el extremo opuesto estaría Palencia, siendo la provincia en la que la concentración de los ingresos es menor. Este resultado se mantiene si se trabaja con datos corregidos.

[1] El Indice de Gini se ha obtenido calculado la siguiente expresión: $1 - 2\int_0^1 L(p)dp$

Tabla A.1

Renta per capita sin corregir		Renta per capita corregida	
Pi	Qi	Pi	Qi
0	0	0	0
0,003795066	0,00010219	0,004427577	0,000148069
0,008538899	0,000765348	0,011068944	0,001135145
0,023086654	0,004226271	0,034155598	0,006851562
0,057558507	0,015460129	0,08001265	0,022251322
0,110056926	0,037174696	0,154648956	0,054521225
0,191334598	0,078148331	0,258064516	0,108941149
0,29316888	0,13845896	0,361796331	0,17324675
0,393105629	0,206754129	0,461100569	0,244261647
0,484503479	0,277545175	0,557242252	0,32228173
0,573055028	0,354153781	0,63314358	0,391124331
0,642314991	0,420377988	0,687223276	0,445322465
0,697027198	0,477608967	0,732764073	0,495366946
0,744149273	0,531156557	0,774826059	0,545524133
0,784313725	0,58054075	0,808665402	0,589144478
0,815939279	0,622327438	0,835863378	0,62679818
0,84345351	0,661110062	0,856103732	0,656764778
0,866540164	0,695800723	0,876976597	0,689741328
0,885831752	0,726556624	0,892789374	0,716076879
0,901328273	0,752699836	0,907653384	0,742371852
0,91429475	0,775742364	0,919038583	0,76357044
0,927577483	0,800447867	0,925996205	0,777238407
0,937065149	0,819040105	0,93485136	0,795402505
0,942757748	0,830712709	0,943706515	0,814502203
0,950031626	0,846276529	0,950031626	0,828700553
1	1	1	1

Tabla A.2

SAE (renta per capita sin corregir)				
	KP1	KP2	Lf	CN
Castilla y León	0,785173754	1,354452911	1,032933197	1,486852759
Avila	1,086576004	1,702126082	1,366873325	0,953480405
Burgos	0,467320943	0,645803004	0,880718373	1,577477587
León	0,604612579	1,01970665	0,996641288	1,277799536
Palencia	0,793456497	1,121213537	1,386821625	1,197066603
Salamanca	0,784679452	1,661948606	0,995056876	1,526127249
Segovia	0,753447479	1,153131797	0,65686744	2,209583783
Soria	0,974530827	1,325024863	0,775437961	2,020239468
Valladolid	0,791271862	1,464067912	0,980679442	1,59732663
Zamora	0,655610414	0,962394981	0,905308977	1,414932933

Tabla A.3

SCE (renta per capita sin corregir)				
	KP1	KP2	Lf	CN
Castilla y León	0,046618325	0,112802289	0,07822272	0,134147465
Avila	0,096367736	0,183490507	0,131836432	0,059668966
Burgos	0,012086672	0,027502535	0,053392677	0,135555061
León	0,026142846	0,068061874	0,072415398	0,103049189
Palencia	0,046593648	0,079239042	0,11947444	0,089454594
Segovia	0,034110478	0,080325773	0,027555741	0,26516512
Salamanca	0,046474215	0,164358409	0,079681132	0,140306359
Soria	0,061045051	0,120098199	0,04026373	0,249054928
Valladolid	0,046927633	0,127111023	0,068150882	0,150281365
Zamora	0,02706434	0,064182242	0,061755175	0,125044091

Tabla A.4

SAE (Renta per capita corregida)

	KP1	KP2	Lf	CN
Castilla y León	0,734584754	1,433662018	0,802117596	1,889382006
Ávila	0,90172503	1,593104552	1,080334495	1,237248616
Burgos	0,625507325	0,797718431	0,632722116	1,903879643
León	0,83469872	0,499929286	0,378076734	1,400716274
Palencia	0,721833636	1,269151391	1,168030321	1,433705232
Salamanca	0,96315759	1,257912491	0,670394852	2,532530488
Segovia	0,826353355	1,869338123	0,831499112	1,872036835
Soria	1,224625227	1,465423981	0,834099303	2,465127373
Valladolid	0,772451851	1,607727574	0,800717988	1,924829727
Zamora	0,743022048	1,067607253	0,754998748	1,795423509

Tabla A.5

SCE (Renta per capìta corregida)

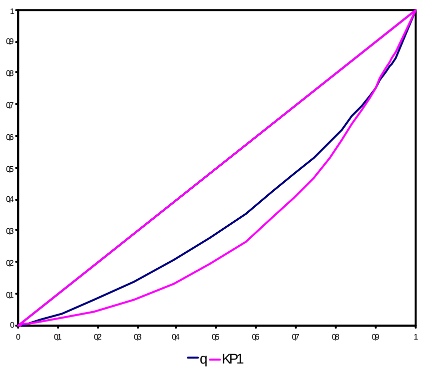
	KP1	KP2	Lf	CN
Castilla y León	0,034997179	0,125228473	0,047493956	0,20723915
Ávila	0,069110371	0,158463818	0,092659927	0,098727322
Burgos	0,023273911	0,041349411	0,026631875	0,192348111
León	0,038482668	0,015375916	0,008602804	0,098850666
Palencia	0,038928503	0,098363917	0,087720883	0,123843041
Salamanca	0,055687016	0,0947285	0,02619862	0,339257066
Segovia	0,045493442	0,200644411	0,056287555	0,201173362
Soria	0,099936246	0,143950577	0,043237698	0,35891259
Valladolid	0,041492566	0,150153846	0,045585316	0,209719864
Zamora	0,033015625	0,07992654	0,039039241	0,191882321

Tabla A.6

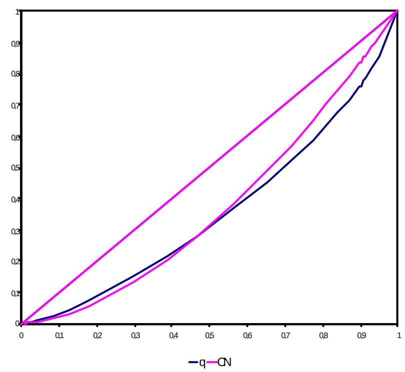
	Castilla y León	Ávila	Burgos	León	Palencia
IG(datos sin corregir)	0,310379358	0,285055931	0,304464882	0,308748271	0,280234499
IG(datos corregidos)	0,337352193	0,304963292	0,334291966	0,325542239	0,302555921
	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora
IG(datos sin corregir)	0,347492583	0,295242242	0,318037178	0,325435523	0,314426083
IG(datos corregidos)	0,371188206	0,321931175	0,350687134	0,352911773	0,339368295

Curva de Lorenz para la renta disponible per capita corregida. Gráficos B1-B.10

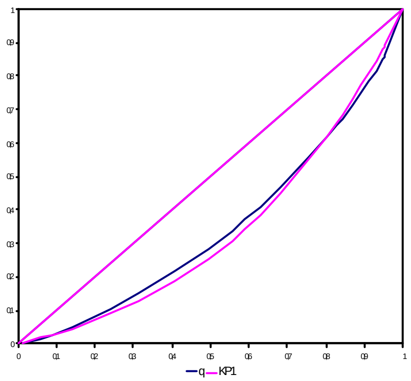
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Castilla y León



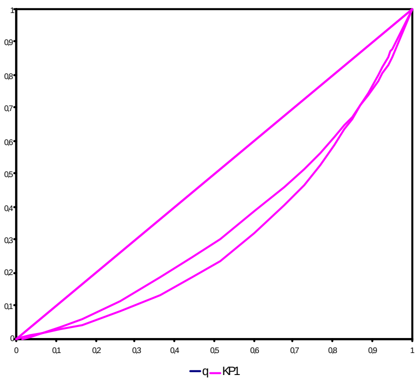
C.L.de Casas-Nuñez para Ávila



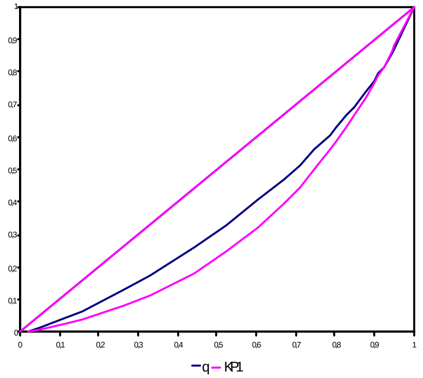
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Burgos



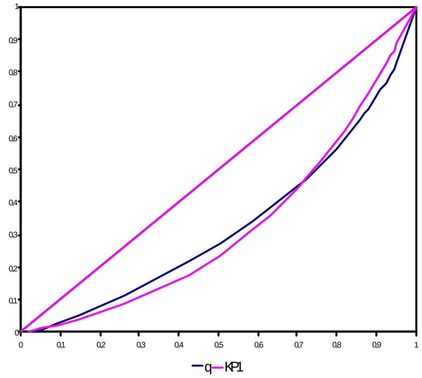
C.L.de Kakwani-Podder(1) para León



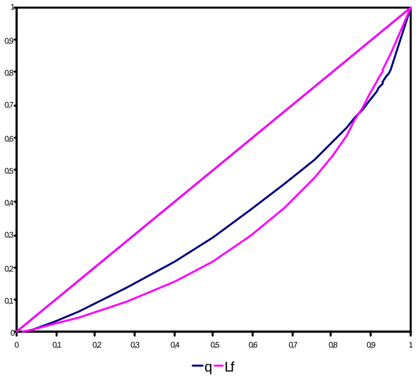
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Palencia



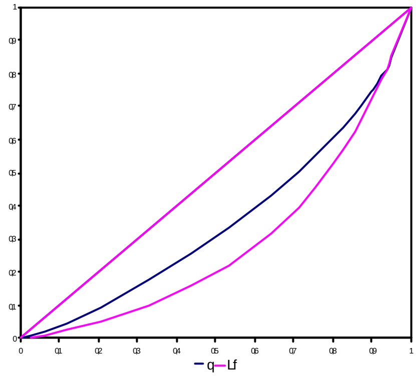
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Salamanca



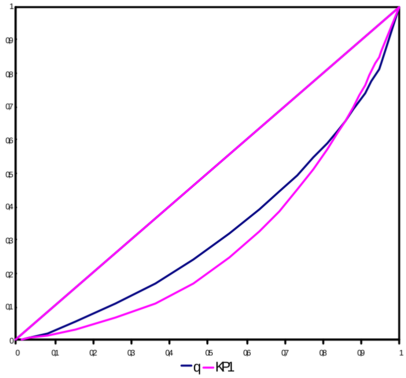
C.L. de Lafuente para Segovia



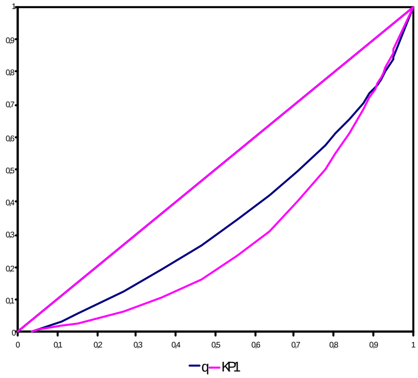
C.L. de Lafuente para Soria



C.L. de Kakwani-Podder(1) para Valladolid

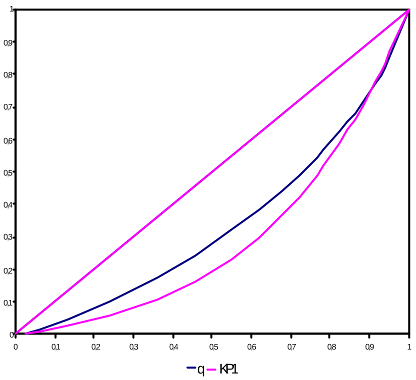


C.L .de Kakwani-Podder(1) para Zamora

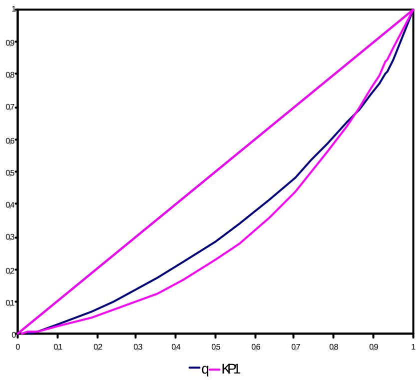


Curvas de Lorenz para valores de renta disponible per capita corregida. Gráficos B.11-B.20

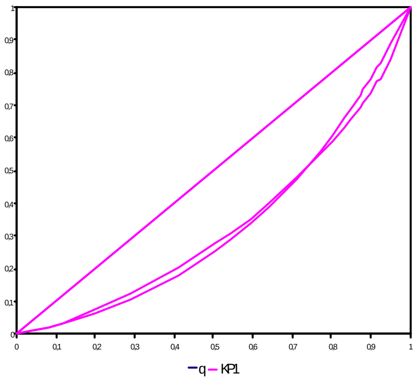
C.L. de Kakwani-Podder (1) para Castilla y León



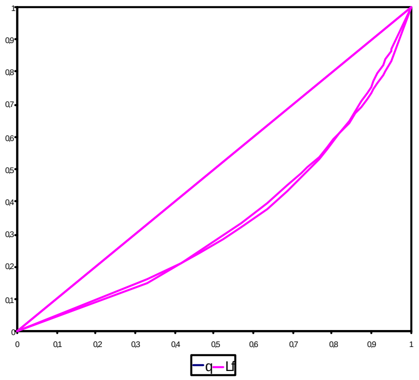
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Ávila



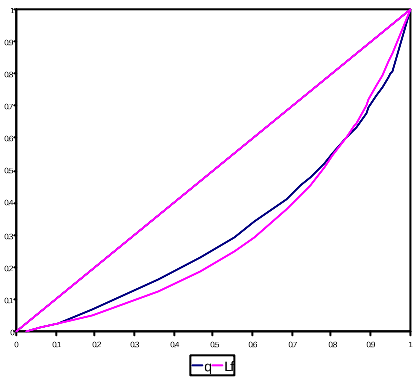
C.L. de Kakwani-Podder para Burgos



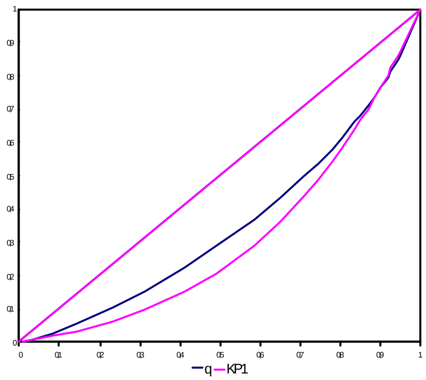
C.L. de Lafuente para León



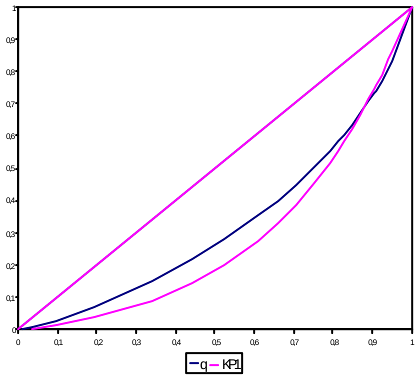
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Palencia



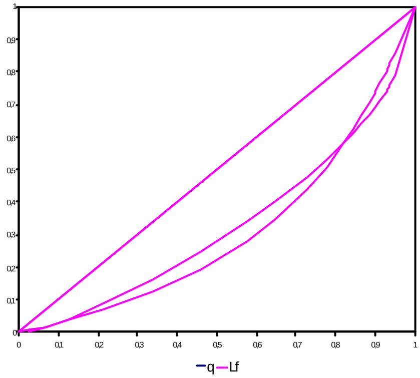
C.L. de Lafuente para Salamanca



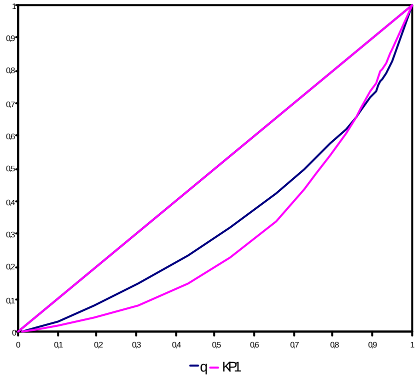
C.L. de Kakwani-Podder(1) para Segovia



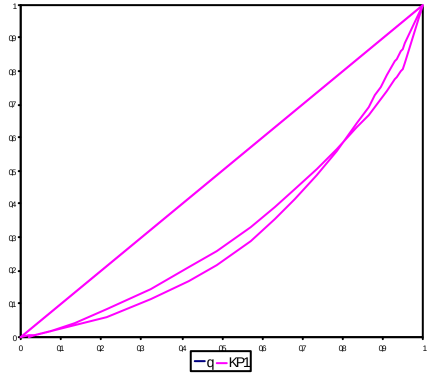
C.L. de Lafuente para Soria



C.L. de Kakwani-Podder(1) para Valladolid



C.L. de Kakwani-Podder(1) para Zamora



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BASMANN, R.L., K. J. HAYES, D.J. SLOTTJE Y J.D. JOHNSON (1990): “A General functional form for approximating the Lorenz Curve”. Journal of Econometrics, 43; 77-90.

CALLEJÓN C., J. (1995): “Funciones generadoras de una curva de Lorenz”

IX Reunión ASEPELT-ESPAÑA, 343-350.

CASAS, J.M., R. HERRERIAS y J.J. NUÑEZ (1990): “Familias de formas funcionales para estimar la curva de Lorenz” . Actas de la IV Reunión de ASEPELT, 171-176.

CASAS, J.M. y J.J. NUÑEZ (1991): “ Sobre la medición de la desigualdad y conceptos afines”. Actas V Reunión ASEPELT-ESPAÑA, 67-73.

CASAS, J.M. y NUÑEZ J.J. (1987): “Algunas consideraciones sobre las medidas de concentración . Aplicaciones”. Actas del I Congreso de ASEPELT-ESPAÑA, 49-62.

I.N.E.(1992): Encuesta de Presupuestos Familiares 1990/91, Metodología.

GUPTA, M.R. (1984): “ Functional form for estimating the Lorenz curve”. Econometrica, 52 (5): 1313-1314.

KAKWANI, N.C. (1980): “ Functional forms for estimating the Lorenz curve: a reply”. Econométrica, 48 (4); 1063-1064.

KAKWANI, N.C. y PODDER (1973): “ On the estimation of Lorenz curves from grouped observations”. International Economic Review, 14 (2); 278-291.

KAKWANI, N.C. y PODDER (1976): “ Efficient estimation of the Lorenz curve and associated inequality measures from grouped observations”. Econometrica, 44(1); 137-148.

KENDAL M. y A. STUART (1977): “ The Advanced Theory of Statistics”. Vol.1, 4ª Ed. Griffin. London.

LAFUENTE, L.M. (1994): Medidas de cuantificación de las desigualdad de la renta en España según la E.P.F. 1990/91. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia

LAFUENTE, L., M. (1995): “Estimación de la curva de Lorenz a través de una nueva forma funcional ”. IX Reunión ASEPELT-ESPAÑA, 417-423.

PENA, B.(1996a): "Prólogo en Distribución Personal de la Renta en España". Ed. Pirámide.

PENA, B.(1996b): "Distribución Personal de la Renta en España". Ed. Pirámide. Cap. 5.